



周刊

B4 理化

编辑 古瑾 版式 马吉 校对 胡月 2015年7月16日 星期四 京江晚报

## 街头骗术 ——摸球游戏

小时候，学校附近曾有一个摆摊摸球的人。当时围观的人们觉得很新鲜，曾有很多人参与摸球。现在想来，这不过是一个概率问题罢了。

这个游戏的规则很简单：他先摆出了12个一般大小的小球，其中有6个红色球和6个白色球。当着观众的面，他把所有12个色球装进一个普通的布袋中，然后怂恿大家来摸。怎么个摸法呢？就是从这个装有12个球的布袋中，随便摸出6个球来，看看其中有几个是红球，有几个是白球。当然，摸球者只能把手伸进袋口中把球一个一个地“掏出来”，而不能打开袋口看着摸。

这位摆摊的人，还设立了各种情况下的奖励方案，大致是这样的：如果谁有幸摸出了“6个红球”或者“6个白球”，那么摸者可以得到3元钱的奖励；如果摸出的是“5红1白”或者“5白1红”，那么摸者可以得到2元钱的奖励；如果摸出的是“4红2白”或者“4白2红”，那么摸者可以得到1元钱的奖励；但如果摸出的是“3红3白”，对不起，摸球者必须付给摆摊者3元。

当时的围观者甚众。乍一看来，在可能出现的所有7种情况中，竟然有6种可以得到奖励，只有唯一1种情况要“挨罚”，很多人便欣然参与。奇怪的是，“3红3白”的情况特别的多，也许摸个一、两次，能撞个大运，摸个“4红2白”或者“4白2红”，赢下寥寥几元钱，但如果连摸五次以上，几乎是必“赔”的。一天下来，最为得意的当然是那个摆摊者。

其中的道理在哪呢？根据排列组合的知识，从12个球中摸出6个球，总的方法数为： $C_{12}^6=924$  种，其中“6红”或者“6白”的情况，都仅有唯一的1种，按照概率论计算，就是 $1/924$ 的出现概率，真是太低了，在概率论中可以算作“实际上不可能发生”的小概率事件。容易计算出“5红1白”或者“5白1红”的情况各是： $C_6^1 \cdot C_6^5 = 6 \times 6 = 36$ （种）

两种情况加起来就是72种，也就是出现总概率为 $72/924=6/77$ ，还不到 $1/11$ ，也够低的。所以这两种情况也难得出现。

出现“4红2白”或者“4白2红”的情况各是： $C_6^2 \cdot C_6^5 = 15 \times 15 = 225$ （种）

两种情况加起来就是450种，也就是出现总概率为 $450/924=75/154$ ，将近 $1/2$ ，也就是有一半的可能性。不过这两种情况每次都只能赢回1元钱。最后我们来看看“3红3白”的情况： $C_6^3 \cdot C_6^3 = 20 \times 20 = 400$ （种）

所以，摸到“3红3白”的概率，就是 $400/924=100/231$ ，虽然比上面那两种情况的可能性稍低，但也是将近一半的可能性。尤其一旦摸到“3红3白”，一次就会损失掉3元钱。

根据上面的分析，我们可以得到如下结论：最有可能出现的三种情况是“3红3白”、“4红2白”和“4白2红”，而且出现“3红3白”的概率接近 $1/2$ ，出现“4红2白”和“4白2红”的概率都接近 $1/4$ 。也就是说，一般来讲，如果志愿者摸了四回，往往其中的两回都是“3红3白”（共赔6元），另外各有一次是“4红2白”和“4白2红”（共赚2元）。算下总账，4次摸球的结果，一般要赔进4元钱。更简单的说，如果把摸球人最终得到的钱数记为随机变量 $X$ ，则该变量的数学期望 $E(X)=\frac{2}{924} \times 3 + \frac{72}{924} \times 2 + \frac{450}{924} \times 1 + \frac{400}{924} \times (-3)=-\frac{50}{77}$ ，即参与摸球的人平均每玩一次要亏 $\frac{50}{77}$ 元，摸的次数越多，赔出的钱当然也就越多。

这位摆摊者巧妙地利用了概率论，成为不变的赢家。  
(省镇江一中 马斌)

# 密度——化学问题中的隐形桥梁



通常说理化是一家，理化有共性，密度往往是解题的抓手，学过理化的人都知道密度这个物理量，它是指单位体积里物质的质量，它看不见、摸不着，但各人都有对它的一种感觉，它是一种不可加和的强度因素，不随物质的多少而改变。在高中化学一些问题的分析和解题中，用密度作桥梁，或用好这个隐形条件，可较好的分析、理解题。笔者对以下几方面感受较深。

### 一、溶液浓度大小判断中的运用

水溶液的密度随浓度大小变化的规律是：若原溶液密度大于 $1g/cm^3$ ，则溶液越浓，密度越大，溶液越稀，密度越小，如硫酸、氢氧化钠溶液等。若原溶液密度小于 $1g/cm^3$ ，则溶液越浓，密度越小，溶液越稀，密度越大，但达不到 $1g/cm^3$ ，如氨水、酒精溶液等。涉及到有关溶液稀释或浓度大小判断的问题时，可联想到有关含密度的公式作桥梁来判断问题。

#### [例题1及分析]

将 $100g 10mol/L H_2SO_4$ 溶液加水稀释至 $5mol/L$ ，所加水质量 \_\_\_\_ $100g$ （填大于或小于或等于）

分析：由稀释公式 $C(浓) \times V(浓) = C(稀) \times V(稀)$   
可得：

$$10mol/L \times \frac{100g}{d(浓)} = 5mol/L \times V(稀)$$

$$\text{则 } V(稀) = \frac{200g}{d(浓)}$$

$$m(稀) = d(稀) \times V(稀) = \frac{d(稀)}{d(浓)} \times 200g$$

而硫酸溶液密度大于 $1g/cm^3$ ，  
所以 $d(浓) > d(稀)$

即 $m(稀) < 200g$ ，又原溶液 $100g$ ，  
所以加水质量小于 $100g$

#### [例题2及分析]

一定质量17%氨水（密度 $0.94g/cm^3$ ）加水稀释至8.5%，则其物质的量浓度 \_\_\_\_ $4.7mol/L$ （填大于或小于或等于）

分析：由

$$C = \frac{1000ml/L \times d \times w\%}{M}$$

可得

$$C(\text{浓}) = \frac{1000ml/L \times 0.94g/cm^3 \times 17\%}{17g/mol} = 9.4mol/L$$

$$C(\text{稀}) = \frac{1000ml/L \times d(\text{稀}) \times 8.5\%}{17g/mol}$$

现氨水密度小于 $1g/cm^3$ ，越稀释，溶液密度越大，即 $d(\text{稀}) > d(\text{浓})$ ，由上

得 $VCO_2:VNH_3 = 13:14$

#### [例题4及分析]

对已建立的平衡体系 $C(s) + H_2O(g) = CO(g) + H_2(g)$ 不改变其他条件，增大压强时，气体密度如何改变？

分析：加压时平衡向逆反应方向移动，气体总体积减少，气体总质量也在减少，由 $d=m/v$ ，气体密度怎样变化一时难以确定，但考虑离开气体体系的体积变化 $\Delta V=1$ ，固体C密度相当于摩尔质量为 $12g/L$ 的某种气体，可作这样的分析：若原体系气体平均摩尔质量大于 $12g/mol$ ，则加压后平均分子量等于12的这部分离开气体体系，留下的气体摩尔质量将更大，反之同理，即可判断出“表一”。

### 三、物质鉴定、鉴别、分离等实验中的可操作性运用

有时在鉴别或测量物质有关实验中，需要从本质上认识密度，灵活运用。

#### [例题5及分析]

如何运用集气瓶、导管、天平、水、玻璃片、X气体发生装置等简单仪器，测定X气体相对分子量【 $25^\circ C$ ，常压，M（空气）=29.0】

分析：本题作为测定一般气体分子量的方法，具有普遍意义。现在关键是要得到集气瓶体积和所盛气体质量。根据物质密度特点，液体密度通常要达到气体密度的1000倍，所以本题操作是：

- ①称（集气瓶+空气）质量= $m_1$ g
- ②称（集气瓶+注满水）质量= $m_2$ g
- ③称（集气瓶+注满X气体）质量= $m_3$ g

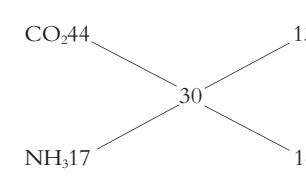
（判断X气体已注满，可由两次称量结果误差很小来确定），即可得 $m_2 - m_1$ =水重-空气重=水重，再由水密度为 $1g/cm^3$ ，即可得集气瓶体积 $V=(m_2 - m_1)mL$ ，再由X气体与空气质量差 $m_3 - m_1$ 来求X气体分子量M（x）

$$m_3 - m_1 = \frac{VL}{22.4L/mol \times 298/273} \times [M(x) - M(\text{空气})] = \frac{(m_2 - m_1)}{24500} \times [M(x) - 29.0]$$

$$\therefore M(x) = \frac{24500(m_3 - m_1)}{(m_2 - m_1)} + 29.0$$

高中化学中，密度的运用有时也涉及到工业生产、技术应用等方面，如合成氨工业，通过测定合成氨反应前后混合气体密度，来计算反应后混合气体中的氨含量；铅蓄电池中，通过测定电解质硫酸溶液密度变化，判断放电情况；石油分馏称各类烃时，由沸点结合密度判断馏分成分等。

通过以上分析可以认识到，在高中化学学习和解题过程中，想到密度，理解密度，用好密度，就能快速而清晰解决有关问题，更好的提高和培养学生科学素质，更高质量的学好化学这门既具有尖端性和基础性，又具有开放性和实用性的科学。（省镇江一中 季文骏）



原气体平均摩尔质量	加压后气体平均摩尔质量	气体密度
12g/mol	不变	不变
大于 12g/mol	增大	增大
小于 12g/mol	减小	减小

表一